DEUG A P4

TD 11- Mécanique Quantique

1. Notion de fonction d'onde

Une particule quantique, se déplaçant sur un axe $x'Ox$, se trouve décrite par la fonction d'onde $\Psi(x) = A\exp\left(-\alpha\frac{x^2}{2}\right)$ (α et A sont des constantes réelles positives).

a) Déterminer A pour que la fonction soit normalisée.

On rappelle l'intégrale définie : $\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(-ax^2)dx = \sqrt{\pi / a}$.

b) Représenter graphiquement la probabilité de présence de la particule sur l'axe $x'Ox$.

2. Franchissement d'une discontinuité de potentiel

Des électrons avec vitesse initiale nulle sont émis par un filament au potentiel nul; ils sont accélérés sous une tension U_0 jusqu'à une anode A. Au-delà de A le potentiel électrique reste constant (région I) puis le faisceau atteint un métal sous incidence normale. Le potentiel est U_0+U pour les électrons qui pénètrent dans le métal (U_0 et U positifs) (région II).

a) Etude en mécanique classique.

Montrer que la mécanique classique prévoit que les électrons franchissent tous cette discontinuité de potentiel.

b) Etude en mécanique quantique.

Représenter l'énergie potentiel dans les régions I et II, et calculer l'énergie totale de la particule.
Ecrire l'équation que doit vérifier la fonction d'onde dans les deux régions (avant le métal et dans le métal). La résoudre dans ces deux régions en ne retenant que les solutions qui ont un sens physique. Exprimer les conditions de continuité entre les deux régions. En déduire le coefficient de réflexion à la surface du métal. Quelle est la proportion d'électrons réfléchis si
U_0=5000V et U=15V ? Commentaires.

3. Puits de potentiel de profondeur infinie

On se propose d'étudier une particule d'énergie E dans un puits de potentiel à parois infinies, c'est à dire soumise à une énergie potentielle $V(x)$ définie par :
V(x) = 0 si -a< x< a
V(x) infini sinon

a) Les discontinuités de l'énergie potentielle déterminent deux régions :
à l'extérieur du puits et à l'intérieur. Déterminer la fonction d'onde dans ces 2 régions en introduisant la constante $k = \sqrt{2mE / \hbar^2}$.

b) Exprimer la condition de continuité de la fonction d'onde entre les deux régions. Montrer cela implique une condition sur l'énergie de la particule (phénomène de quantification de l'énergie).

Site WEB : http://eunomie.u-bourgogne.fr/elearning